

Exercice 1:

$$A = \frac{6\sqrt{75} + 3\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \frac{6\sqrt{5^2 \times 3}}{3\sqrt{5}} + \frac{3\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \frac{30\sqrt{3}}{3\sqrt{5}} + 1 = 10\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} + 1 = 2\sqrt{15} + 1 \text{ donc } \boxed{A = 2\sqrt{15} + 1} \text{ et } A \in \mathbb{R}$$

$$B = (1 - \sqrt{5})^2 + (1 + \sqrt{5})^2 = 1 - 2\sqrt{5} + 5 + 1 + 2\sqrt{5} + 5 = 12 \text{ donc } \boxed{B = 12} \text{ et } B \in \mathbb{N}$$

$$C = \frac{2 \times \frac{3}{5} + \frac{1}{2}}{\frac{2}{3} - 3} = \frac{\frac{6}{5} + \frac{1}{2}}{\frac{2}{3} - \frac{9}{3}} = \frac{\frac{12}{10} + \frac{5}{10}}{-\frac{7}{3}} = -\frac{17}{10} \times \frac{3}{7} = -\frac{51}{70} \text{ donc } \boxed{C = -\frac{51}{70}} \text{ et } C \in \mathbb{Q} \text{ Exercice 2:}$$

$$1. \text{ On pose } a = 1278925 \text{ alors } x = (a - 2)(a + 2) - a^2 = a^2 - 4 - a^2 = -4 \text{ donc } \boxed{x = -4}$$

$$2. y = \frac{(18 \times 10^5)^2 \times 15 \times 10^4}{9 \times 10^3} = \frac{18^2 \times 10^{10} \times 3 \times 5 \times 10^4}{3 \times 3 \times 10^3} = \frac{2^2 \times 3^4 \times 3 \times 5 \times 10^{14}}{3^2 \times 10^3} = 540 \times 10^{11} = 5,4 \times 10^{13}$$

donc un ordre de grandeur de y est $\boxed{y \approx 5 \times 10^{13}}$

3. Calculons à l'aide des identités remarquables :

$$\text{a) } 87 \times 93 = (90 - 3)(90 + 3) = 90^2 - 3^2 = 8100 - 9 = 8091 \text{ donc } \boxed{87 \times 93 = 8091}$$

$$\text{b) } 302^2 = (300 + 2)^2 = 300^2 + 2 \times 300 \times 2 + 2^2 = 90000 + 1200 + 4 = 91204 \text{ donc } \boxed{302^2 = 91204}$$

Exercice 3:

$$1. A \text{ existe si et seulement si } x \neq 0 \text{ et } x + 4 \neq 0 \\ \text{donc } x \neq 0 \text{ et } x \neq -4 \text{ donc l'ensemble d'étude est } \boxed{E = \mathbb{R} \setminus \{-4; 0\}}$$

$$2. B \text{ existe si et seulement si } (2x - 1)(3x + 4) \neq 0 \\ \text{donc } 2x - 1 \neq 0 \text{ et } 3x + 4 \neq 0 \text{ donc } x \neq \frac{1}{2} \text{ et } x \neq -\frac{4}{3} \\ \text{donc l'ensemble d'étude de } B \text{ est } \boxed{E = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{4}{3}; \frac{1}{2}\}}$$

Exercice 4:

$$1. \text{ D'après l'énoncé on sait que : } \widehat{ABD} = \widehat{KBC} \\ \text{De plus } \widehat{ADB} = \widehat{BCA} \text{ car ils sont inscrits dans le cercle } \mathcal{C} \text{ et interceptent l'arc } \widehat{AB} \\ \text{Conclusion : Deux angles de } ABD \text{ sont identiques à deux angles de } KBC \text{ donc les triangles } ABD \text{ et } KBC \\ \text{sont semblables.} \\ \text{et donc } \frac{AD}{KC} = \frac{AB}{BK} = \frac{BD}{BC} \text{ d'où } \frac{AD}{KC} = \frac{BD}{BC} \\ \text{et par produit en croix on obtient : } \boxed{AD \times BC = KC \times BD}$$

$$2. \widehat{ABK} = \alpha + \widehat{DBK} = \widehat{DBK} + \alpha = \widehat{DBC} \text{ donc } \widehat{ABK} = \widehat{DBC} \\ \text{De plus } \widehat{BAK} = \widehat{BDC} \text{ car ils sont inscrits dans le cercle } \mathcal{C} \text{ et interceptent l'arc } \widehat{BC} \\ \text{Conclusion : Deux angles de } ABK \text{ sont identiques à deux angles de } DBC \text{ donc les triangles } ABK \text{ et } DBC \\ \text{sont semblables.} \\ \text{et donc } \frac{AB}{BD} = \frac{AK}{DC} = \frac{BK}{BC} \text{ d'où } \frac{AB}{BD} = \frac{AK}{DC} \\ \text{et par produit en croix on obtient : } \boxed{AB \times CD = BD \times AK}$$

$$3. BD \times AC = BD \times (AK + KC) = BD \times AK + BD \times KC = AB \times CD + AD \times BC \\ \text{donc } \boxed{BD \times AC = AB \times DC + AD \times BC}$$