

Exercice 1:

1. Il n'y a pas de valeur interdite pour
- p
- donc
- $E = \mathbb{R}$
- donc :

$$\forall p \in \mathbb{N} \text{ on a } \left(\frac{p+1}{2}\right)^2 + \left(\frac{p-1}{2}\right)^2 = \frac{p^2+2p+1}{4} + \frac{p^2-2p+1}{4} = \frac{2p^2+2}{4} = \frac{2(p^2+1)}{2 \times 2} = \frac{p^2+1}{2}$$

2. D'après la première question :

$$\left(\frac{101}{2}\right)^2 + \left(\frac{99}{2}\right)^2 = \frac{100^2+1}{2} = \frac{10001}{2} = 5000,5$$

3. On utilise la première question en cherchant
- p
- sachant que
- $\frac{p^2+1}{2} = 13$
- .

$$\frac{p^2+1}{2} = 13 \Leftrightarrow p^2+1 = 26 \Leftrightarrow p^2 = 25 \Leftrightarrow p = 5 \text{ ou } p = -5$$

$$\text{En prenant } p = 5 \text{ on trouve que } 13 = \left(\frac{5+1}{2}\right)^2 + \left(\frac{5-1}{2}\right)^2 = 3^2 + 2^2$$

Exercice 2:

- 1.
- $x = 2001^2 - 1999^2$
- . On pose
- $a = 2000$
- alors
- $x = (a+1)^2 - (a-1)^2 = a^2 + 2a + 1 - a^2 + 2a - 1 = 4a$
- donc
- $x = 8000$

$$2. (4\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2 + 4 \times (8\sqrt{6}) = 32 - 16\sqrt{6} + 12 + 32\sqrt{6} = 44 + 16\sqrt{6}$$

$$3. (4\sqrt{2} + 2\sqrt{3})^2 = 32 + 16\sqrt{6} + 12 = 44 + 16\sqrt{6}$$

Exercice 3:

- 1.
- A
- existe si et seulement si
- $x \neq 0$
- et
- $x+1 \neq 0$

donc $x \neq 0$ et $x \neq -1$ donc l'ensemble d'étude est $E = \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$

- 2.
- B
- existe si et seulement si
- $(3x-5)(2x-1) \neq 0$

donc $3x-5 \neq 0$ et $2x-1 \neq 0$ d'où $x \neq \frac{5}{3}$ et $x \neq \frac{1}{2}$

donc l'ensemble d'étude est $E = \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}; \frac{5}{3}\}$

3. Il n'y a pas de valeur interdite donc
- $E = \mathbb{R}$

Exercice 4:

1. On sait que
- $\widehat{NAQ} = \widehat{NAP}$
- car
- $P \in [AQ]$

De plus $\widehat{MQP} = \widehat{PNM}$ car ils sont inscrits sur le cercle et interceptent l'arc $\widehat{MP}$

Conclusion : Deux angles de APN sont identiques à deux angles de AMQ donc les triangles APN et AMQ sont semblables.

$$\text{et donc } \frac{PN}{MQ} = \frac{AP}{AM} = \frac{AN}{AQ}$$

2. Comme
- $\frac{AP}{AM} = \frac{AN}{AQ}$
- alors
- $AM \times AN = AP \times AQ$

- 3.
- $AM \times AN = AP \times AQ$
- de plus
- $AP = AO - R$
- et
- $AQ = AO + R$
- donc

$$AM \times AN = (AO - R)(AO + R) = AO^2 - R^2$$

4. On a la même configuration que dans les questions précédentes avec :

$$AN = AC_1 = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ (Utilisation du Théorème de Pythagore)}$$

$$AQ = AC = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \text{ (Utilisation du Théorème de Pythagore)}$$

$$AO = \frac{AQ}{2} = 3\sqrt{2}$$

$$R = \frac{6}{2} = 3$$

donc d'après la formule du 3. on trouve :

$$AM \times 3\sqrt{5} = (3\sqrt{2})^2 - (3)^2 = 18 - 9 = 9 \text{ donc } AM = \frac{9}{3\sqrt{5}} = \frac{9\sqrt{5}}{15} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$