

Correction de l'exercice 024 du site latekexos, téléchargeable à l'adresse :
<http://latekexos.org/niko/pdf/Seconde/SF024.pdf>

Exercice : Partie A :

Résolution du système : $\begin{cases} y + 15x = 80 \\ y + 10x = 70 \end{cases}$

$$\begin{cases} y + 15x = 80 \\ y + 10x = 70 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 70 - 10x \\ 5x = 10 \quad (L_1 - L_2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 50 \\ x = 2 \end{cases}$$

La solution du système est donc $S = \{(2; 50)\}$

Partie B :

1. Dans le triangle OTA rectangle en T, on utilise la trigonométrie :

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{OT}{OA} \text{ donc } OA = \frac{15}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$\text{De plus } AH = DH - DA = h - (DO + OA) = 95 - \left(15 + \frac{15}{\sin \frac{\alpha}{2}}\right) = 80 - \frac{15}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$\text{donc } AH + \frac{15}{\sin \frac{\alpha}{2}} = 80$$

2. Si le diamètre de la bille est 20 mm alors $OT = 10$.

Dans le triangle OTA rectangle en T, on utilise la trigonométrie :

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{OT}{OA} \text{ donc } OA = \frac{10}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$\text{De plus } AH = DH - DA = h - (DO + OA) = 80 - \left(10 + \frac{10}{\sin \frac{\alpha}{2}}\right) = 70 - \frac{10}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$\text{donc } AH + \frac{10}{\sin \frac{\alpha}{2}} = 70$$

3. On pose $y = AH$ et $x = \frac{1}{\sin \frac{\alpha}{2}}$ alors les deux équations précédentes sont :

$$y + 15x = 80 \text{ et } y + 10x = 70$$

Pour trouver AH et $\sin \frac{\alpha}{2}$ on doit donc résoudre le système :

$$\begin{cases} y + 15x = 80 \\ y + 10x = 70 \end{cases} \text{ dont on connaît l'unique solution : } S = \{(2; 50)\}$$

$$\text{donc } AH = 50 \text{ mm et } \frac{1}{\sin \frac{\alpha}{2}} = 2 \text{ donc } \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}$$

4. D'après la représentation graphique du sujet si on prend en ordonnée $\sin \frac{\alpha}{2} = 0.50$

alors on obtient $\alpha = 60^\circ$.