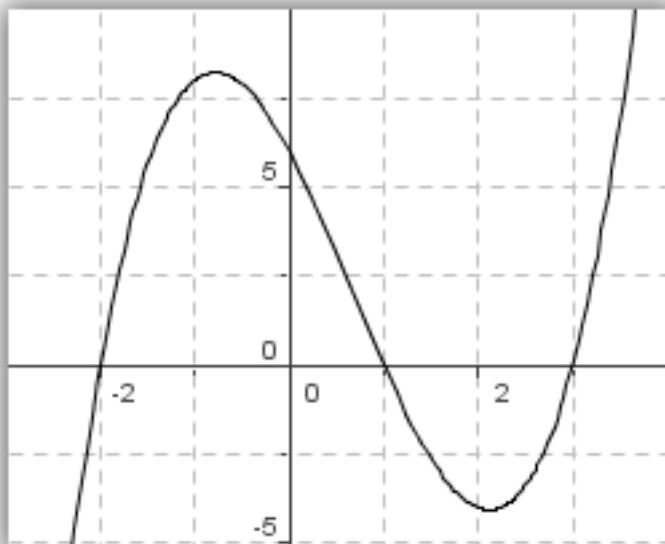


Exercice : On note f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

1. Lecture graphique.

On note $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal.



En ordonnée, 5 unités sont représentés par 2,3 cm

En abscisse, 2 unités sont représentés par 2,4 cm

a. Lire graphiquement $f(0)$, $f(-1)$ et $f(2)$.

Graphiquement on peut lire que $f(0) \approx 5,87$, $f(-1) \approx 7,8$ et $f(2) \approx -3,9$

b. Trouver les antécédents de 0.

Les antécédents de 0 sont -2 , 1 et 3 .

c. Dresser le tableau de signe de la fonction f .

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

d. Résoudre graphiquement $f(x) = 6$

Graphiquement on trouve $S = \{-1, 5; 0; 3, 4\}$

e. On note m un réel appartenant à $[-5; 7]$

Étudier suivant les valeurs de m le nombre de solutions de l'équation : $f(x) = m$

Pour trouver graphiquement les solution de $f(x) = m$, on trace une droite horizontale passant par l'ordonnée m et on cherche l'abscisse des points d'intersection entre cette droite et la courbe de f .

On remarque que

- Si $m \in [-5; -3,9[$ alors il y a une seule solution.
- Si $m = -3,9$ alors il y a deux solutions.
- Si $m \in]-3,9; 7]$ alors il y a trois solutions.

2. Etude de la fonction $f : x \mapsto x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

a. Calculer $f(0)$, $f(-1)$ et $f(2)$.

- $f(0) = 0^3 - 2 \times 0^2 - 5 \times 0 + 6 = 6$ donc $f(0) = 6$
- $f(-1) = (-1)^3 - 2(-1)^2 - 5(-1) + 6 = -1 - 2 + 5 + 6 = 8$ donc $f(-1) = 8$
- $f(2) = (2)^3 - 2(2)^2 - 5(2) + 6 = 8 - 8 - 10 + 6 = -4$ donc $f(2) = -4$

b. Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}$ on a $f(x) = (x-3)(x+2)(x-1)$

$f(x)$ existe pour tous les réels donc $D_f = \mathbb{R}$

$$(x-3)(x+2)(x-1) = (x^2 + 2x - 3x - 6)(x-1) = (x^2 - x - 6)(x-1)$$

$$= x^3 - x^2 - x^2 + x - 6x + 6 = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

$$\text{donc } \boxed{\forall x \in \mathbb{R} \text{ on a } f(x) = (x-3)(x+2)(x-1)}$$

c. En déduire les solutions de l'équation $f(x) = 0$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+2)(x-1) = 0 \Leftrightarrow x-3 = 0 \text{ ou } x+2 = 0 \text{ ou } x-1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = -2 \text{ ou } x = 1$$

$$\text{donc } \boxed{S = \{-2; 1; 3\}}$$

d. Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}$ on a $x^3 - 2x^2 - 5x = x[(x-1)^2 - 6]$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$x[(x-1)^2 - 6] = x(x^2 - 2x + 1 - 6) = x(x^2 - 2x - 5) = x^3 - 2x^2 - 5x$$

$$\text{donc } \boxed{\forall x \in \mathbb{R} \text{ on a } x^3 - 2x^2 - 5x = x[(x-1)^2 - 6]}$$

e. Factoriser $(x-1)^2 - 6$

$$(x-1)^2 - 6 = (x-1)^2 - (\sqrt{6})^2 = (x-1 + \sqrt{6})(x-1 - \sqrt{6}) \text{ donc}$$

$$\boxed{(x-1)^2 - 6 = (x-1 + \sqrt{6})(x-1 - \sqrt{6})}$$

f. En déduire les solutions de l'équation $f(x) = 6$

$$f(x) = 6 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x[(x-1)^2 - 6] = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-1 + \sqrt{6})(x-1 - \sqrt{6}) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x-1 + \sqrt{6} = 0 \text{ ou } x-1-\sqrt{6} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 1 - \sqrt{6} \text{ ou } x = 1 + \sqrt{6}$$

$$\text{donc } \boxed{S = \{1 - \sqrt{6}; 0; 1 + \sqrt{6}\}}$$

* * Bonne année * *