

Exercice 1 :

1) a)

Première partie :

$\widehat{BAD} = \widehat{CAI}$ car (AD) est la bissectrice de $\widehat{BAC}$.

$\widehat{ABD} = \widehat{AIC}$ car les deux angles sont inscrits dans le cercle de centre O et ils interceptent le même arc $\widehat{AC}$.

Conclusion :

$$\begin{cases} \widehat{BAD} = \widehat{CAI} \\ \widehat{ABD} = \widehat{AIC} \end{cases} \quad \text{Or deux triangles sont semblables si deux angles de l'un sont égaux à deux angles de l'autre}$$

Donc ABD et AIC sont semblables.

Deuxième partie :

$\widehat{BDA} = \widehat{IDC}$ car ce sont deux angles opposés par le sommet I .

$\widehat{ABD} = \widehat{DIC}$ car les deux angles sont inscrits dans le cercle de centre O et ils interceptent le même arc $\widehat{AC}$.

Conclusion :

$$\begin{cases} \widehat{BDA} = \widehat{IDC} \\ \widehat{ABD} = \widehat{DIC} \end{cases} \quad \text{Or deux triangles sont semblables si deux angles de l'un sont égaux à deux angles de l'autre}$$

Donc DBA et DIC sont semblables.

1) b)

On sait que ABD et AIC sont semblables donc $\frac{AB}{AI} = \frac{BD}{IC} = \frac{AD}{AC}$

donc $\frac{AB}{AI} = \frac{AD}{AC}$ donc $\boxed{AB \times AC = AI \times AD}$

On sait aussi que DBA et DIC sont semblables donc $\frac{AB}{IC} = \frac{AD}{DC} = \frac{BD}{DI}$

donc $\frac{AD}{DC} = \frac{BD}{DI}$ donc $\boxed{DI \times DA = DB \times DC}$

2)

On a donc $AB \times AC = AI \times AD = (AD + DI) \times AD = AD^2 + DI \times AD$

Or $DI \times AD = DB \times DC$

donc $\boxed{AB \times AC = AD^2 + DB \times DC}$

Exercice 2 :

1)

$AB = DB$ car $ABDE$ est un carré.

$BG = BC$ car $BGFC$ est un carré.

$\widehat{DBC} = 90 + \widehat{ABC} = \widehat{ABG} + 90 = \widehat{ABG}$

Conclusion :

$$\begin{cases} AB = DB \\ BG = BC \\ \widehat{DBC} = \widehat{ABG} \end{cases} \quad \text{Or deux triangles sont isométriques si ils ont un angle de même mesure compris entre}$$

deux côtés de même longueur.

donc ABG et DBC sont isométriques.

2)

ABG et DBC sont isométriques donc les côtés de l'un sont égaux aux côtés de l'autre

donc $AG = DC$