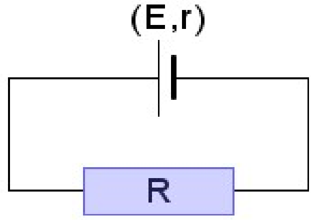
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront
de façon importante dans l'appréciation des copies.

A RENDRE POUR LE : Mercredi 6 Février 2008

On considère un circuit électrique comportant un générateur ayant une force électromotrice E et une résistance interne r, et une résitance R.



La puissance absorbée P_r par la résitance R est donnée par la formule suivante :

$$P_r = \left(\frac{E}{R+r}\right)^2 \times R$$

On suppose que $R \in]0;30]$, que r est petit et que $E = 6V$.

- Partie 1 : On suppose que $r = 0$ et $R = x$
  1. Déterminer P_0 en fonction de x.
  2. Démontrer que P_0 est strictement décroissante sur l'intervalle $]0;30]$.
  3. Quelle est la puissance absorbée P_0 maximale sur $]0;30]$ et pour quelle valeur R_{max} est-elle atteinte ?.
  4. Quelle est la puissance absorbée P_0 minimale sur $]0;30]$ et pour quelle valeur R_{min} est-elle atteinte ?.
  5. Pour quelles valeurs de R aura-ton une puissance P_0 inférieurs à 6 watts ?
- Partie 2 : On suppose que $r = 2$ et $R = x$
  1. Démontrer que pour tout $x \neq -2$ on a $P_2(x) = \dfrac{36x}{(x+2)^2}$.
  2. Résoudre l'équation $P_2(x) = \dfrac{9}{2}$
     (On pourra à un moment développer pour réduire et ensuite factoriser).
  3. Démontrer que pour tout $x \in]0;30]$, $P_2(x) - \dfrac{9}{2} = -\dfrac{9(x-2)^2}{2(x+2)^2}$
  4. Quelle est la puissance absorbée P_2 maximale sur $]0;30]$ et pour quelle valeur R_{max} est-elle atteinte ?.
- Partie 3 : On suppose que $r = 3$ et $R = x$
  1. Démontrer que pour tout $x \neq -3$ on a $P_3(x) = \dfrac{36x}{(x+3)^2}$.
  2. Dresser un tableau de valeur de P_3 pour les valeurs de x dans $[0;30]$ avec un pas de 1.
  3. Tracer la courbe représentative de P_3 dans un repère orthogonal (on prendra 1 cm pour 5 ohms sur l'axe des abscisses et 10 cm pour 5 watts sur l'axe des ordonnées).
  4. Quelle est la puissance absorbée P_3 maximale sur $]0;30]$ et pour quelle valeur R_{max} est-elle atteinte ?.
- Partie 3 : Cas général (On prend $r \neq 0$ et on note $R = x$)
  On note donc $P_r(x) = \dfrac{36x}{(x+r)^2}$.
  1. Résoudre l'équation $P_r(x) = \dfrac{9}{r}$
     (On pourra à un moment développer pour réduire et ensuite factoriser).
  2. Démontrer que pour tout $x \in]0;30]$, $P_r(x) - \dfrac{9}{r} = -\dfrac{9(x-r)^2}{r(x+r)^2}$
  3. Quelle est la puissance absorbée P_r maximale sur $]0;30]$ et pour quelle valeur R_{max} est-elle atteinte ?.