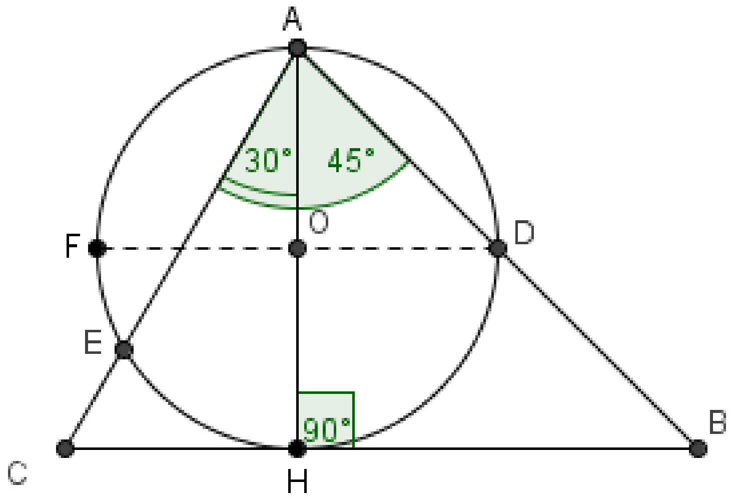

1. (a) **Calculons la longueur** AB :
   Dans le triangle ABH rectangle en H on peut utiliser les formules de trigonométrie.
   $Cos(\widehat{BAH}) = \dfrac{AH}{AB}$
   donc $AB = \dfrac{AH}{Cos(\widehat{BAH})} = \dfrac{6}{\dfrac{\sqrt{2}}{2}} = \dfrac{12}{\sqrt{2}} = \dfrac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$
   donc $\boxed{AB = 6\sqrt{2} \text{ cm}}$
   Calculons la longueur AC :
   Dans le triangle ACH rectangle en H on peut utiliser les formules de trigonométrie.
   $Cos(\widehat{CAH}) = \dfrac{AH}{AC}$
   donc $AC = \dfrac{AH}{Cos(\widehat{CAH})} = \dfrac{6}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{12}{\sqrt{3}} = \dfrac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$
   donc $\boxed{AC = 4\sqrt{3} \text{ cm}}$

   (b) AEH est inscrit sur le cercle de centre O et de diamètre $[AH]$
   or si un triangle est inscrit dans un cerlc dont un diamètre est un de ses côtés alors celui-ci est rectangle,
   donc AEH est rectangle en E.

   (c) **Calculons la longueur** AE :
   Dans le triangle AEH rectangle en E on peut utiliser les formules de trigonométrie.
   $Cos(\widehat{HAE}) = \dfrac{AE}{AH}$
   donc $AE = AH \times Cos(\widehat{HAE}) = 6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$
   donc $\boxed{AE = 3\sqrt{3} \text{ cm}}$

2. (a) Dans le triangle rectangle AEH rectangle en E :
   $\widehat{AHE} = 90 - 30 = 60^\circ$
   De plus les angles $\widehat{AHE}$ et $\widehat{ADE}$ sont inscrits sur le cercle de centre O et interceptent le même arc $\widehat{AE}$ donc ils sont égaux
   On a donc $\boxed{\widehat{AHE} = \widehat{ADE} = 60^\circ}$

   (b) On sait que $\widehat{ACH} = 90 - 30 = 60^\circ$ donc $\widehat{ACB} = \widehat{ADE}$ d'après la question précédente.
   De plus ABC et ADE ont un angle en commun, $\widehat{DAE} = \widehat{BAC}$

conclusion :
$\left\{\begin{array}{l}\widehat{ACB}=\widehat{ADE}\\ \widehat{DAE}=\widehat{BAC}\end{array}\right.$ donc d'après l'un des deux critères de similitude, les triangles BAC et EAD sont semblables.

(c) Pour passer de la longueur AB à la longueur AE le rapport de réduction est
$\dfrac{AE}{AB}=\dfrac{3\sqrt{3}}{6\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

3. (a) **Calculons la longueur** BH :
Dans le triangle ABH rectangle isocèle en H on a $AH = BH = 6$ cm
donc $\boxed{BH = 6 \text{ cm}}$
Calculons la longueur CH :
Dans le triangle ACH rectangle isocèle en H on peut utiliser les formules de trigonométrie.
$Tan(\widehat{CAH})=\dfrac{CH}{AH}$
donc $CH = AH\times Tan(CAH) = 6\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$
donc $\boxed{CH = 2\sqrt{3} \text{ cm}}$

(b) $BC = BH + HC = 6 + 2\sqrt{3}$ donc $\boxed{BC = 6+2\sqrt{3} \text{ cm}}$.

(c) En utilisant le rapport de réduction, on a :
$DE = BC\times\dfrac{\sqrt{6}}{4}=\dfrac{\sqrt{6}}{4}(6+2\sqrt{3})=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}+\dfrac{\sqrt{18}}{2}=\dfrac{3}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

4. On note F le point diamétralement opposé à D sur le cercle $\mathcal{C}$.

(a) $\widehat{FDE}=\widehat{ADE}-\widehat{ADO}=60-45=15^\circ$

(b) Le triangle DFE est rectangle en E car il est inscrit dans le cercle de diamètre $[FD]$
donc $\widehat{DFE}=90-15=75^\circ$.

(c) Dans le triangle DFE rectangle en E, on peut utiliser les formule de trigonométrie :
$$Sin(\widehat{DFE})=\frac{ED}{FD}=\frac{\frac{3}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{6}=\frac{3}{12}(\sqrt{3}\times\sqrt{2}+\sqrt{2})=\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$$
donc $\boxed{Sin(75^\circ)=\dfrac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)}$