MATHÉMATIQUES

I Présentation

Les objectifs généraux et l'organisation de l'enseignement des mathématiques décrits pour le programme de 6e demeurent pour le cycle central du collège.

La démarche suivie dans l'enseignement des mathématiques renforce la formation intellectuelle des élèves et concourt à celle de citoyen, en développant leur aptitude à chercher, leur capacité à critiquer, justifier ou infirmer une affirmation, en les habituant à s'exprimer clairement aussi bien à l'oral qu'à l'écrit.

L'élargissement des domaines étudiés et l'enrichissement des outils acquis au fur et à mesure, alliés à une plus grande maturité des élèves, permettent de les initier davantage à l'activité mathématique. À ce propos, les études expérimentales (calculs numériques, avec ou sans calculatrices, mesures, représentations à l'aide d'instruments de dessin, etc.) permettent d'émettre des conjectures et donnent du sens aux définitions et aux théorèmes. Elles ont donc toute leur place dans la formation scientifique des élèves. On veillera toutefois à ce que les élèves ne les confondent avec des démonstrations: par exemple, pour tout résultat mathématique énoncé, on précisera explicitement qu'il est admis lorsqu'il n'a pas été démontré.

On privilégiera l'activité de l'élève, sans négliger les temps de synthèse qui rythment les acquisitions communes. Elle seule permet, par exemple, l'appropriation du raisonnement; il s'agit, en poursuivant l'initiation très progressive au raisonnement déductif commencée en 6e, de passer de l'utilisation consciente d'une propriété mathématique au cours de l'étude d'une situation à l'élaboration complète d'une démarche déductive dans des cas simples. Les activités de formation, distinctes des travaux d'évaluation portant sur les compétences exigibles, seront aussi riches et diversifiées que possible. Elles seront aussi l'occasion de mobiliser et de consolider les acquis antérieurs dans une perspective élargie.

Le programme du cycle central du collège a pour objectif de permettre :

• en géométrie, la connaissance de propriétés et de relations métriques relatives à des configurations de base (triangles, parallélogrammes), l'approche de transformations du plan (symétrie centrale, translation), la familiarisation avec les représentations de figures de l'espace, l'apprentissage progressif de la démonstration ;

• dans le domaine numérique, la maîtrise des calculs sur les nombres décimaux relatifs et les nombres en écriture fractionnaire, une initiation au calcul littéral (priorités opératoires, développement), à la résolution d'une équation ;

• en « organisation et gestion de données » l'acquisition de quelques outils statistiques utiles dans d'autres disciplines et dans la vie de tout citoyen.

Dans ces trois domaines d'études, la proportionnalité apparaît comme un fil conducteur : afin de favoriser sa maîtrise, le programme propose de nombreuses situations géométriques, numériques ou graphiques.

La rédaction de ce programme tend à :

– bien équilibrer les apprentissages sur les deux années,

– en souligner la continuité et la cohérence,

– dégager clairement les points forts de chaque année.

Il a été tenu compte, dans l'élaboration et la rédaction de ce programme, des informations recueillies lors de diverses évaluations des acquis mathématiques des élèves de 5e et de 4e.

Le vocabulaire et les notations seront introduits, comme en 6e, au fur et à mesure de leur utilité : la notation cos, les symboles $\sqrt{\ }$, ≥, ≤, ≈ et les notations an et a-n ; il y aura également lieu de familiariser les élèves avec le décodage de calculs utilisant pour la division les symboles ÷ et /.

Le travail personnel des élèves en classe, en étude ou à la maison est essentiel à leur formation. Les devoirs de contrôle sont d'abord destinés à vérifier les compétences exigibles. Les autres travaux peuvent avoir des objectifs beaucoup plus larges et prendre des formes très diverses. En particulier, les travaux individuels de rédaction concourent efficacement à la maîtrise de la langue, à la mémorisation des savoirs et savoir-faire et au développement des capacités de raisonnement. La régularité d'un travail extérieur à la classe est importante pour les apprentissages. En outre, la correction individuelle du travail d'un élève est une façon de reconnaître la qualité de ce travail et de permettre à son auteur de l'améliorer, donc de progresser.

I Explicitation des contenus de la classe de 5e

Il est rappelé que le professeur a toute liberté dans l'organisation de son enseignement à condition que soient atteints les objectifs visés par le programme.

A. Travaux géométriques

En classe de 6e, les élèves ont été progressivement habitués à s'exprimer d'une manière précise pour décrire des figures et mettre en œuvre de courtes séquences déductives.

En classe de 5e, l'étude des figures planes se poursuit. Un nouvel outil, la symétrie centrale, permet d'enrichir et de réorganiser les connaissances sur les figures, dont certaines propriétés pourront être démontrées; le parallélogramme est une figure fondamentale du programme. Dans l'espace, les études expérimentales s'amplifient; elles fournissent un terrain pour dégager quelques propriétés élémentaires du parallélisme et de l'orthogonalité.

Les travaux de géométrie plane prennent toujours appui sur des figures, dessinées suivant les cas à main levée ou à l'aide des instruments de dessin et de mesure, y compris dans un environnement informatique. Ils sont conduits en liaison étroite avec l'étude des autres rubriques; ils constituent, en particulier, le support d'activités numériques conjointes (grandeurs et mesures). Les diverses activités de géométrie habitueront les élèves à expérimenter et à conjecturer, et permettront progressivement de s'entraîner à des justifications au moyen de courtes séquences déductives mettant en œuvre les outils du programme et ceux déjà acquis en 6e, notamment la symétrie axiale. Il importe de faire peu à peu percevoir aux élèves ce qu'est l'activité mathématique, tout en veillant à ne pas leur demander de prouver des propriétés perçues comme évidentes.

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
1. Prismes droits, cylindres de révolution	Fabriquer un prisme droit dont la base est un triangle, ou un parallélogramme, de dimensions données. Fabriquer un cylindre de révolution dont la base est un cercle de rayon donné.	Comme en 6e, l'objectif est d'entretenir et d'approfondir les acquis : représenter, décrire et construire des solides de l'espace, en particulier à l'aide de patrons. Passer de l'objet à ses représentations constitue encore l'essentiel du travail, lequel pourra être fait en liaison avec l'enseignement de la technologie.
	Représenter à main levée ces deux solides.	L'usage d'outils informatiques (logiciels de géométrie dans l'espace) peut se révéler utile pour une meilleure visualisation des différentes représentations d'un objet. Ces travaux permettront de consolider les images mentales déjà mises en place, relatives à des situations de parallélisme et d'orthogonalité.
	Calculer le volume d'un prisme droit ; calculer son aire latérale à partir du périmètre de sa base et de sa hauteur. Calculer le volume et l'aire latérale d'un cylindre de révolution.	Le parallélépipède rectangle, déjà rencontré en 6e, est un cas particulier de prisme droit. La formule de son volume est à présent une connaissance exigible.
2. Dans le plan, transformation de figures par symétrie centrale ; parallélogramme		Dans un premier temps, l'effort portera sur un travail expérimental (pliage pour la symétrie axiale et papier calque pour le demi-tour), permettant d'obtenir un inventaire abondant de figures simples. Les propriétés conservées par symétrie centrale seront ainsi progressivement dégagées, en comparant avec la symétrie axiale.
Construction d'images et mise en évidence de conservations.	Construire le symétrique d'un point, d'un segment, d'une droite, d'une demi-droite, d'un cercle.	La symétrie centrale n'a, à aucun moment, à être présentée comme application du plan dans lui-même. Suivant les cas, on mettra en évidence : – l'action sur une figure d'une symétrie centrale donnée, – la présence d'un centre de symétrie dans une figure (exemples : cercle, rectangle, carré, losange), c'est-à-dire l'existence d'une symétrie centrale la conservant. Ces travaux conduiront à : – la construction de l'image d'un point, d'une figure simple,

		– la mise en évidence de la conservation des distances, de l'alignement, des angles et des aires, et l'étude d'exemples d'utilisation de ces propriétés,
Parallélogramme.	Connaître et utiliser une définition du parallélogramme et des propriétés relatives aux côtés, aux diagonales et aux angles.	– l'énoncé et l'utilisation de propriétés caractéristiques du parallélogramme (on veillera à toujours formuler ces propriétés à l'aide d'énoncés séparés),
	Relier les propriétés du parallélogramme à celles de la symétrie centrale.	– la caractérisation angulaire du parallélisme.
		Le travail entrepris sur le parallélogramme et la symétrie centrale aboutit ainsi à des énoncés précis que les élèves doivent connaître. Des séquences déductives pourront s'appuyer sur ces énoncés.
	Calculer l'aire d'un parallélogramme.	L'aire du parallélogramme pourra être reliée à celle du rectangle.
Caractérisation angulaire du parallélisme.	Connaître et utiliser les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante.	
	Connaître et utiliser les expressions : angles adjacents, angles complémentaires, angles supplémentaires.	On pourra utiliser également le vocabulaire suivant : angles opposés par le sommet, alternes-internes, correspondants.
Figures simples ayant un centre de symétrie ou des axes de symétrie.	Reproduire, sur papier quadrillé ou pointé et sur papier blanc, un parallélogramme donné (et notamment dans les cas particuliers du carré, du rectangle, du losange) en utilisant ses propriétés.	Les problèmes de construction consolideront les connaissances relatives aux quadrilatères usuels. Ils permettront de mettre en œuvre droites et cercles et de revenir sur la symétrie axiale et les axes de symétrie.
	Connaître et utiliser une définition et des propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales, aux éléments de symétrie) du carré, du rectangle, du losange.	On poursuit le travail sur la caractérisation des figures en veillant à toujours la formuler à l'aide d'énoncés séparés.
3. Triangle Somme des angles d'un triangle.	Utiliser, dans une situation donnée, la somme des angles d'un triangle. Savoir l'appliquer aux cas particuliers du triangle équilatéral, d'un triangle rectangle, d'un triangle isocèle.	La symétrie centrale ou la caractérisation angulaire du parallélisme qui en découle permettent de démontrer que la somme des angles d'un triangle est égale à 180 degrés. Exemple d'utilisation : trouver quels triangles isocèles ont un angle de 80 degrés.
Construction de triangles et inégalité triangulaire.	Construire un triangle connaissant : – la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents,	On remarquera, dans chaque cas où la construction est possible, que lorsqu'un côté est placé, on peut construire plusieurs

	– les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés, – les longueurs des trois côtés.	triangles, deux à deux symétriques par rapport à ce côté, à sa médiatrice ou à son milieu. On rencontrera à ce propos l'inégalité triangulaire, AB + BC ≥ AC dont l'énoncé sera admis. Le cas de l'égalité AB + BC = AC sera commenté et illustré.
Aire d'un triangle.	Calculer l'aire d'un triangle connaissant un côté et la hauteur associée.	On pourra relier l'aire du triangle à celle du parallélogramme.
4. Cercle Cercle circonscrit à un triangle.	Construire le cercle circonscrit à un triangle.	La caractérisation de la médiatrice d'un segment à l'aide de l'équidistance a déjà été rencontrée en 6^{e}. Elle permet de démontrer que les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes et justifie la construction d'un cercle circonscrit à un triangle.
Aire du disque.	Calculer l'aire d'un disque de rayon donné.	

B. Travaux numériques

Comme en 6^{e}, la résolution de problèmes constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme. Ces problèmes, en associant à une situation donnée une activité numérique, renforcent le sens des opérations et des écritures numériques et littérales figurant au programme et développent les qualités d'organisation et de gestion de données numériques. Il convient donc de ne pas multiplier les activités de technique pure.

L'initiation aux écritures littérales se poursuit, mais le calcul littéral ne figure pas au programme. Les travaux numériques prennent appui sur la pratique du calcul exact ou approché, sous différentes formes souvent complémentaires: le calcul mental, le calcul à la main (dans le cas de nombres courants et d'opérations techniquement simples), l'emploi d'une calculatrice.

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
1. Enchaînement d'opérations sur les nombres entiers et décimaux positifs.		
Conventions de priorités entre opérations.	Organiser, pour l'effectuer mentalement, avec papier-crayon ou à la calculatrice, une succession d'opérations au vu d'une	L'acquisition des priorités opératoires est le préalable à plusieurs apprentissages: compréhension et mise en pratique de règles. Le fait

écriture donnée, de la forme

$$a+bc, \quad a+\frac{b}{c}, \quad \frac{a}{b+c}, \quad \frac{a+b}{c}, \quad a/(b/c).$$

uniquement sur des exemples où a, b, et c sont numériquement fixés.

que les calculatrices n'aient pas toutes les mêmes principes de fonctionnement est une occasion à saisir. En effet, l'activité consistant à répertorier leurs diverses modalités de fonctionnement, et à les mettre en œuvre, est hautement formatrice. On n'oubliera pas de penser, pour éviter d'introduire plusieurs fois un même nombre, à recourir à une mémoire de la machine.

Écrire une expression correspondant à une succession donnée d'opérations.

Pour la lecture et l'écriture d'expressions, on pourra utiliser le vocabulaire : terme d'une somme, facteur d'un produit.

Distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

Connaître et utiliser les identités

$$k\,(a + b) = ka + kb$$

$$\text{et } k\,(a - b) = ka - kb$$

dans les deux sens.

La distributivité est à connaître sous forme générale d'identité. La comparaison avec une formulation en français – « le produit d'un nombre par la somme de deux nombres est égal à la somme des produits du premier par chacun des deux autres »…– pourra être l'occasion de montrer un intérêt (en économie et précision) de l'écriture symbolique. On entraînera les élèves à la convention usuelle d'écriture bc pour b x c, 3a pour 3 x a. Les applications donnent lieu à deux types d'activités bien distinctes : le développement qui correspond au sens de lecture de l'identité indiquée, et la factorisation qui correspond à la lecture « inverse » $ka + kb = k\,(a + b)$. Cette réversibilité se retrouve dans l'initiation à la résolution d'équations.

2. Nombres en écriture fractionnaire

Multiplication.

Effectuer le produit de deux nombres écrits sous forme fractionnaire ou décimale, le cas d'entiers étant inclus.

$$\text{exemples : } \frac{7}{8}\times\frac{5}{3}, \quad 6\times\frac{22}{7}, \quad \frac{5,24}{2,1}\times\frac{2}{3}\ldots$$

Ramener une division dont le diviseur est décimal à une division dont le diviseur est entier.

Toutes les activités numériques fourniront des occasions de pratiquer le calcul mental et d'utiliser une calculatrice. Plusieurs objectifs sont visés, en particulier développer la capacité à :
– prévoir des ordres de grandeur,
– opérer en conservant l'écriture fractionnaire,
– utiliser le vocabulaire approprié (terme, facteur, numérateur, dénominateur),
– contrôler des résultats par des calculs mentaux approchés.

Comparaison, addition et soustraction, les dénominateurs étant égaux ou multiples.

Comparer, additionner et soustraire deux nombres en écriture fractionnaire dans le cas où les dénominateurs sont les mêmes et dans le cas où le dénominateur de l'un est un multiple du dénominateur de l'autre.

La classe de 5^e s'inscrit, pour le calcul avec des écritures fractionnaires, dans un processus prévu sur toute la durée du collège. En 6^e, le produit et la somme de fractions n'ont été envisagés qu'à propos de nombres décimaux. La simplification y a été abordée et pourra donc être utilisée en 5e ; ce sera l'occasion d'obtenir des fractions irréductibles mais aucune compétence n'est exigible à ce sujet. La systématisation de la réduction au même dénominateur est traitée en 4e.

3. Nombres relatifs en écriture décimale

Ranger, soit dans l'ordre croissant, soit dans l'ordre décroissant, des nombres relatifs courants en écriture décimale.

Effectuer la somme de deux nombres relatifs dans les différents cas de signes qui peuvent se présenter.

Transformer une soustraction en une addition, comme dans l'exemple :

$-3,7-(-4,3)=-3,7+4,3=0,6.$

Calculer, sur des exemples numériques, une expression où interviennent uniquement les signes +, – et éventuellement des parenthèses.

Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, un programme de calcul portant sur des sommes ou des différences de nombres relatifs.

Les activités partiront de l'expérience acquise en 6e et pourront s'appuyer sur des interprétations graphiques. Elles mettront en place les techniques opératoires concernant l'addition et la soustraction ; on entraînera les élèves à organiser et gérer un programme de calcul mettant en jeu des additions et des soustractions avec ou sans calculatrice. A cette occasion, on observera que soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé.

4. Initiation à la résolution d'équations

Trouver, dans des situations numériques simples, le nombre par lequel diviser un nombre donné pour obtenir un résultat donné.

Le travail sur cette compétence étend au cas de la division l'initiation à la résolution d'équations, entreprise en 6e. Désigner par une lettre le nombre inconnu peut ici se révéler pertinent.

Tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques données.

Les programmes prévoient une initiation très progressive à la résolution d'équations, de manière à éviter l'écueil connu d'apprentissages aboutissant à la mise en œuvre d'algorithmes dépourvus de véritable sens. La classe de 5e correspond à une étape importante dans l'acquisition du sens, avec la présentation d'égalités vues comme des assertions dont la vérité est à examiner. Par exemple, dans l'étude d'une situation conduisant à une égalité telle que $3y = 4x + 2$, on sera amené à en tester la véracité pour diverses valeurs de x et y.

Les expressions qui figurent de part et d'autre du signe d'égalité jouent ici le même rôle. On travaillera aussi avec des inégalités dans des cas simples, sans pour autant que cette activité donne lieu à des compétences exigibles.

C. Organisation et gestion de données, fonctions

Les trois parties de cette rubrique s'éclairent et se complètent mutuellement. La contribution des mathématiques à l'éducation du citoyen y apparaît clairement. La partie statistique a pour objectif d'initier à la lecture, à l'interprétation, à la réalisation et à l'utilisation de diagrammes, tableaux et graphiques et d'en faire l'analyse critique. Les outils de description d'une situation sont plus nombreux. Les travaux correspondants ne peuvent se concevoir qu'à partir d'exemples et en liaison, chaque fois qu'il est possible, avec l'enseignement des autres disciplines : sciences de la vie et de la terre, technologie, géographie... Ils seront l'occasion de consolider et d'approfondir les acquis des élèves sur l'utilisation des unités de mesure, dont celle du temps.

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
1. Activités graphiques Repérage sur une droite graduée.	Sur une droite graduée : – lire l'abscisse d'un point donné, – placer un point d'abscisse donnée, – déterminer la distance de deux points d'abscisses données.	Les activités graphiques conduiront : – à enrichir la correspondance entre nombres et points d'une droite déjà graduée à l'aide de nombres entiers, en développant l'usage des nombres décimaux relatifs, – à interpréter l'abscisse d'un point d'une droite graduée en termes de distance et de position par rapport à l'origine ; en particulier, le cas où l'origine est le milieu de deux points donnés mérite de retenir l'attention, – à relier la distance de deux points sur un axe et la soustraction des nombres relatifs, – à situer les points du plan muni d'un repère orthogonal.
Repérage dans le plan.	Dans le plan muni d'un repère : – lire les coordonnées d'un point donné, – placer un point de coordonnées données, Connaître et utiliser le vocabulaire : coordonnées, abscisse, ordonnée.	
2. Exemples de fonctions. Proportionnalité	Reconnaître, s'il y a lieu, la proportionnalité sur un tableau complet de nombres.	Toute définition de la notion de fonction sera évitée, mais des expressions telles que « en fonction de », « est fonction de » seront utilisées. On pourra notamment constituer un tableau des abscisses et ordonnées de points d'une droite passant par l'origine dans le plan muni d'un repère.

	Compléter un tableau de nombres représentant une relation de proportionnalité dont le données sont fournies partiellement. En particulier, déterminer une quatrième proportionnelle.	es élèves retiendront que dans une relation de proportionnalité, la correspondance est déterminée par un couple de valeurs homologues non nulles.
	Mettre en œuvre la proportionnalité dans les cas suivants : – utiliser des unités combinant le système décimal et le système sexagésimal (mesure du temps), – calculer et utiliser l'échelle d'une carte ou d'un dessin, – reconnaître un mouvement uniforme à la proportionnalité entre temps et distance parcourue ; utiliser cette proportionnalité, – calculer un pourcentage, un cœfficient de proportionnalité, – effectuer pour des volumes des changements d'unités de mesure.	Les activités numériques et graphiques pourront se référer à l'un ou l'autre thème exploitant des formules, notamment de longueur, d'aire et de volume. Ainsi, on pourra envisager des variations : – de l'aire d'un triangle ou d'un parallélogramme, de celle d'un disque, – de la longueur d'un arc de cercle, de l'aire d'un secteur circulaire, – du volume ou de l'aire latérale d'un cylindre ou d'un prisme droit, en fonction d'une variable de la formule, toute autre variable étant fixée.
3. Relevés statistiques. Lecture, interprétation, représentations graphiques de séries statistiques. Classes, effectifs.	Lire et interpréter un tableau, un diagramme à barres, un diagramme circulaire ou semi-circulaire. Regrouper des données statistiques en classes, calculer des effectifs. Présenter une série statistique sous la forme d'un tableau, la représenter sous la forme d'un diagramme ou d'un graphique.	Il importe d'entraîner les élèves à lire et à représenter des données statistiques en utilisant un vocabulaire adéquat. Le calcul d'effectifs cumulés n'est pas une compétence exigible mais il pourra être entrepris, en liaison avec les autres disciplines dans des situations où les résultats auront une interprétation. Le choix de la représentation est lié à la nature de la situation étudiée.
Fréquences.	Calculer des fréquences.	La notion de fréquence est notamment utilisée pour comparer des populations d'effectifs différents, et faire le lien avec la proportionnalité. Les écritures 4/10, 2/5, 0,4 (ou en notation anglo-saxonne 0.4 ou.4), 40 %, qui peuvent être utilisées pour désigner une fréquence, permettent d'insister sur les diverses représentations d'un même nombre.

II Explicitation des contenus de la classe de 4^e

Il est rappelé que le professeur a toute liberté dans l'organisation de son enseignement à condition que soient atteints les objectifs visés par le programme.

A. Travaux géométriques

En classe de 4^e, la représentation d'objets géométriques usuels du plan et de l'espace, le calcul de grandeurs attachées à des objets, demeurent des objectifs majeurs; s'y ajoute la caractérisation de certains d'entre eux.

Dans le plan, les travaux portent sur les figures usuelles déjà étudiées (triangle, cercle, quadrilatères particuliers), mais également sur une nouvelle configuration illustrant une situation fondamentale de proportionnalité: celle de triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes. À ce nouvel outil et à ceux des classes antérieures s'ajoutent le théorème de Pythagore et la translation. Ces enrichissements doivent favoriser le développement des capacités de découverte et de démonstration.

Dans l'espace, les travaux sur les solides étudiés exploitent largement les résultats de géométrie plane.

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
1. Triangles Milieux et parallèles.	Connaître et utiliser les théorèmes suivants relatifs aux milieux de deux côtés d'un triangle: Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, elle est parallèle au troisième. Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un second côté, elle coupe le troisième en son milieu. Dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de celle du troisième côté.	La symétrie centrale et les propriétés caractéristiques du parallélogramme permettent de démontrer ces théorèmes.

Triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes.	Connaître et utiliser la proportionnalité des longueurs pour les côtés des deux triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes : Dans un triangle ABC, si M est un point du côté [AB], N un point du côté [AC] et si [MN] est parallèle à [BC], alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$	L'égalité des trois rapports sera admise après d'éventuelles études dans des cas particuliers. Elle s'étend bien sûr au cas où M et N appartiennent respectivement aux demi-droites [AB) et [AC), mais on n'examinera pas le cas où les demi-droites [AM) et [AB), de même que les demi-droites [AN) et [AC), sont opposées. Le théorème de Thalès dans toute sa généralité ainsi que sa réciproque seront étudiés en classe de 3^{e}.
Droites remarquables d'un triangle.	Construire les bissectrices, les hauteurs, les médianes, les médiatrices d'un triangle ; en connaître une définition et savoir qu'elles sont concourantes.	Certaines de ces propriétés de concours pourront être démontrées ; ce sera l'occasion de mettre en œuvre les connaissances de la classe ou celles de 5^{e}. On pourra étudier la position du point de concours de la médiane sur chacune d'elles.

2. Triangle rectangle et cercle

Cercle circonscrit, théorème de Pythagore et sa réciproque.	Caractériser le triangle rectangle : – par son inscription dans un demi-cercle, – par la propriété de Pythagore et sa réciproque. Calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de celles des deux autres. En donner, s'il y a lieu, une valeur approchée, en faisant éventuellement usage de la touche $\sqrt{\ }$ d'une calculatrice. Caractériser les points d'un cercle de diamètre donné par la propriété de l'angle droit.	On poursuit le travail sur la caractérisation des figures en veillant à toujours la formuler à l'aide d'énoncés séparés. Les relations métriques dans le triangle rectangle, autres que celles mentionnées dans les compétences exigibles, ne sont pas au programme.
Tangente ; distance d'un point à une droite.	Construire la tangente à un cercle en l'un de ses points. Savoir que le point d'une droite le plus proche d'un point donné est le pied de la perpendiculaire menée du point à la droite.	Le problème d'intersection d'un cercle et d'une droite fera l'objet d'activités, sans pour autant que l'énoncé du résultat général soit une compétence exigible. L'inégalité triangulaire et la symétrie axiale, vues en classe de 5^{e}, permettent de démontrer le résultat relatif à la distance d'un point à une droite, lequel peut aussi être relié au théorème de Pythagore.
Cosinus d'un angle.	Utiliser, pour un triangle rectangle, la relation entre le cosinus d'un angle aigu et les longueurs des deux côtés adjacents. Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur approchée : – du cosinus d'un angle aigu donné, – de l'angle aigu dont on donne le cosinus.	La propriété de proportionnalité des côtés de deux triangles déterminés par deux parallèles coupant deux sécantes permet de définir le cosinus comme un rapport de longueurs. On peut également le définir comme l'abscisse d'un point sur le quart de cercle trigonométrique situé dans le premier quadrant.

3. Translation	Étant donnés deux points A et B, sachant qu'une translation transforme A en B, construire : – l'image d'un point, appartenant ou non à la droite AB, – l'image d'un segment, d'une droite, d'une demi-droite, d'un cercle.	Les vecteurs seront abordés en 3e et leur étude sera reliée à celle des translations à l'occasion de la composition de ces dernières. Diverses approches expérimentales, par exemple sur des frises ou des pavages, pourront introduire la notion de translation. La translation est définie à partir du parallélogramme. Elle pourra donner lieu à des manipulations, notamment sur des quadrillages. On pourra ainsi, après un travail expérimental conduisant à mettre en évidence la conservation des longueurs, de l'alignement, des angles et des aires, justifier certaines de ces conservations. Définition et propriétés pourront être utilisées dans la résolution d'exercices très simples de construction.
4. Pyramide et cône de révolution	Calculer le volume d'une pyramide et d'un cône de révolution à l'aide de la formule $V = Bh/3$.	L'objectif est toujours d'apprendre à voir dans l'espace et de calculer des longueurs, des aires et des volumes, ce qui implique un large usage des représentations en perspective et la fabrication de patrons. Ces travaux permettront de consolider les images mentales relatives à des situations de parallélisme et d'orthogonalité. La recherche de l'aire latérale d'un cône de révolution peut être une activité de mise en œuvre de la proportionnalité. On pourra, à l'aide des formules d'aires ou de volumes, étudier les variations d'une grandeur en fonction d'une autre.

B. Travaux numériques

La résolution de problèmes (issus de la géométrie, de la gestion de données, des autres disciplines, de la vie courante) constitue l'objectif fondamental de cette partie du programme. Elle nourrit les activités, tant dans le domaine numérique que dans le domaine littéral. Les exercices de technique pure ne sont pas à privilégier.

La pratique du calcul exact ou approché sous différentes formes complémentaires (calcul mental, calcul à la main, calcul à la machine ou avec un ordinateur) a pour objectifs :

1. Nombres et calcul numérique

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
Opérations (+, –, x,:) sur les nombres relatifs en écriture décimale ou fractionnaire (non nécessairement simplifiée).	Calculer le produit de nombres relatifs simples dans les différents cas de signe qui peuvent se présenter.	Toute étude théorique des propriétés des opérations est exclue. Les élèves ont la pratique de l'utilisation de la multiplication des nombres positifs en écriture décimale ou fractionnaire. En s'appuyant sur ces connaissances, les opérations seront étendues au cas des nombres relatifs. Les justifications pourront être limitées à l'observation de l'extension de tables de multiplication ou à la généralisation de règles provenant de l'addition de nombres (par exemple 3x (–2) = –2–2–2 = –6), en admettant les résultats dans les autres cas.
	Savoir que $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$	Un travail sera conduit sur la notion d'inverse d'un nombre non nul, les notations x^{-1} ou $\frac{1}{x}$ et l'usage de calculatrices avec la touche correspondante. À cette occasion, on remarquera que diviser par un nombre non nul, c'est multiplier par son inverse.
	Déterminer une valeur approchée du quotient de deux nombres décimaux (positifs ou négatifs).	
	Utiliser sur des exemples numériques les égalités : $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$; $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$; $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ où a, b, c et d sont des nombres décimaux relatifs.	
	Calculer la somme de nombres relatifs en écriture fractionnaire.	L'addition de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire peut demander un travail sur la recherche de multiples communs à deux ou plusieurs nombres entiers. La recherche du plus petit commun multiple pour l'obtention d'un dénominateur commun et celle du plus grand diviseur commun pour l'obtention de la forme irréductible ne sont pas exigibles.
Puissances d'exposant entier relatif.	Utiliser sur des exemples numériques, avec ou sans calculatrice scientifique, les égalités : $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$; $\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$ $(10^m)^n = 10^{mn}$ où m et n sont des entiers relatifs.	En liaison avec la physique, les activités insisteront sur l'usage des puissances de dix. Les calculatrices seront largement utilisées. Les élèves doivent maîtriser l'usage des touches correspondantes de leur calculatrice.

Notation scientifique des nombres décimaux. Ordre de grandeur d'un résultat.	Sur des exemples numériques, écrire un nombre décimal sous différentes formes faisant intervenir des puissances de 10.	Modifier l'écriture d'un nombre comme 25 698,236 sous la forme $2,5698236 \times 10^4$ ou $25\,698\,236 \times 10^{-2}$ ou $25,698236 \times 10^3$ est une activité que doivent pratiquer les élèves. La notation ingénieur n'est pas exigible.
	Utiliser la notation scientifique pour obtenir un encadrement ou un ordre de grandeur.	
	Utiliser sur des exemples numériques, pour des exposants très simples, des égalités telles que : $a^2 \times a^3 = a^5$; $\frac{a^2}{a^5} = a^{-3}$ $(ab)^2 = a^2 b^2$, où a et b sont des nombres relatifs non nuls.	Cette rubrique ne doit pas donner lieu à des calculs artificiels sur les puissances entières d'un nombre relatif. Pour des nombres autres que 10, on s'en tiendra au cas d'exposants simples.
	Sur des exemples numériques, écrire en utilisant correctement des parenthèses, des programmes de calcul portant sur des sommes ou des produits de nombres relatifs. Organiser et effectuer à la main ou à la calculatrice les séquences de calcul correspondantes.	À la suite du travail commencé en 5e avec des nombres décimaux positifs, les élèves seront entraînés aux mêmes types de calculs avec des nombres relatifs. Ils seront ainsi progressivement familiarisés à l'usage des priorités opératoires intervenant dans les conventions usuelles d'écritures ainsi qu'à la gestion d'un programme de calcul utilisant des parenthèses.
Touche $\sqrt{}$ de la calculatrice.	Trouver à l'aide de la calculatrice une valeur approchée de la racine carrée d'un nombre positif.	Le théorème de Pythagore fournit l'occasion de calculer des racines carrées de nombres positifs dans des cas qui relèvent d'une situation où le nombre calculé a une signification que l'élève peut identifier. On peut aussi rattacher le calcul d'une racine carrée à des problèmes où interviennent l'aire d'un carré et la mesure de son côté.
2. Calcul littéral	Réduire une expression littérale à une variable, du type : $3x - (4x - 2)$, $2x^2 - 3x + x^2$…	L'apprentissage du calcul littéral doit être conduit très progressivement en recherchant des situations qui permettent aux élèves de donner du sens à l'introduction de ce type de calcul. Le travail proposé s'articule sur deux axes : – utilisation d'expressions littérales pour des calculs numériques – utilisation du calcul littéral dans la mise en équation et la résolution de problèmes divers. Les situations proposées aux élèves doivent exclure tout type de virtuosité et répondre chaque fois à un objectif précis (résolution d'une équation, gestion d'un calcul numérique). On évitera en particulier les expressions à plusieurs variables introduites *a priori.*

Développement.	Sur des exemples numériques ou littéraux, développer une expression du type (a + b) (c + d). Calculer la valeur d'une expression littérale en donnant aux variables des valeurs numériques.	Les activités de développement poursuivent celles de 5^{e} en utilisant l'identité k (a + b) = ka + kb. L'introduction progressive des lettres et des nombres relatifs s'intégrant aux expressions algébriques représente une difficulté importante qui doit être prise en compte. À cette occasion, le test d'une égalité par substitution de valeurs numériques aux lettres prendra tout son intérêt. Le développement de certaines expressions du type (a + b) (c + d) peut conduire à des simplifications d'écriture, mais les identités remarquables ne sont pas au programme. L'objectif est d'apprendre aux élèves à développer pas à pas ce type d'expression en une somme de termes. La factorisation d'expressions analogues à x (3x + 4) – 5 (3x + 4) n'est pas au programme.
Effet de l'addition et de la multiplication sur l'ordre. Applications.	Comparer deux nombres relatifs simples en écriture décimale ou fractionnaire. Utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme a + b et a + c sont rangés dans le même ordre que b et c. Utiliser le fait que des nombres relatifs de la forme ab et ac sont rangés dans le même ordre que b et c si a est strictement positif. Écrire des encadrements résultant de la troncature ou de l'arrondi à un rang donné d'un nombre positif en écriture décimale ou provenant de l'affichage d'un résultat sur une calculatrice (quotient, racine carrée…).	À partir d'une interprétation graphique, on introduira le critère relatif au signe de la différence. Aucune connaissance n'est exigible lorsque a est négatif, mais ce cas sera évoqué pour montrer la nécessité de la condition a > 0 dans l'énoncé de la propriété envisagée.
Résolution de problèmes conduisant à des équations du premier degré à une inconnue.	Mettre en équation et résoudre un problème conduisant à une équation du premier degré à une inconnue.	Les problèmes issus d'autres parties du programme conduisent à l'introduction d'équations et à leur résolution. On dégagera chaque fois sur des problèmes particuliers les différentes étapes du travail : mise en équation, résolution de l'équation et interprétation du résultat. Tous les problèmes aboutissant à des équations produits, du type (x – 2) (2x – 3) = 0, sont hors programme.

C. Gestion de données, fonctions

Les notions essentielles relatives à cette rubrique ont été introduites ou approfondies en 6e et 5e. En 4e ces notions seront fréquemment réinvesties dans les mêmes conditions que celles explicitées dans le programme de 5e, avec une insistance particulière sur l'utilisation des moyens de calcul moderne.

Le lien avec les autres disciplines et avec l'éducation à la citoyenneté sera maintenu et renforcé. Comme en 5e, le mot « fonction » sera employé, chaque fois que nécessaire, en situation, et sans qu'une définition formelle soit donnée.

Contenus	Compétences exigibles	Commentaires
1. Représentations graphiques. Proportionnalité	Utiliser, dans le plan muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité sous la forme d'alignement de points avec l'origine.	On fera travailler les élèves à la fois sur des exemples et des contre-exemples de situations de proportionnalité.
2. Applications de la proportionnalité Vitesse moyenne. Grandeurs quotients courantes	Utiliser l'égalité d = vt pour des calculs de distance parcourue, de vitesse et de temps. Changer d'unités de vitesse (mètre par seconde et kilomètre par heure).	Les situations où interviennent des vitesses moyennes constituent des exemples riches où le traitement mathématique s'avère particulièrement pertinent, comme l'étude de la vitesse moyenne d'un trajet sur un parcours de 60 km, où l'aller se parcourt à 20 km. h^{-1} et le retour à 30 km. h^{-1}. Les compétences exigibles se réduisent aux vitesses mais d'autres situations de changements d'unités méritent d'être envisagées : problèmes de change monétaire, consommation de carburant d'un véhicule en litres pour 100 kilomètres ou en kilomètres parcourus par litre.
Calculs faisant intervenir des pourcentages.		En liaison avec d'autres disciplines (géographie,…), la notion d'indice pourra être présentée comme un cas particulier du cœfficient de proportionnalité, donnant lieu à illustrations et calculs mais en aucun cas à des développements théoriques.
	Mettre en œuvre la proportionnalité dans des situations simples utilisant à la fois des pourcentages et des quantités ou des effectifs.	Des situations issues de la vie courante ou des autres disciplines demandent de mettre en œuvre à la fois un cœfficient de proportionnalité, sous forme de pourcentage ou d'indice, et des quantités ou des effectifs. Par exemple, connaissant le pourcentage d'un caractère dans deux groupes d'effectifs différents, déterminer le pourcentage obtenu après réunion des deux groupes.

3. Statistiques Effectifs cumulés, fréquences cumulées.	Calculer des effectifs cumulés, des fréquences cumulées.	
Moyennes pondérées.	Calculer la moyenne d'une série statistique. Calculer une valeur approchée de la moyenne d'une série statistique regroupée en classes d'intervalles	L'élève sera confronté à des situations courantes où la méthode de calcul est à remettre en cause : par exemple, les différences constatées entre la moyenne annuelle des notes d'un élève calculée à partir de l'ensemble des notes de l'année ou à partir de la moyenne des moyennes trimestrielles.
Initiation à l'utilisation de tableurs-grapheurs.		Les tableurs-grapheurs, utilisés dès la 5e en technologie, introduisent une nouvelle manière de désigner une variable : par l'emplacement de la cellule où elle se trouve dans un tableau. Cette nouveauté est un enrichissement pour des utilisations dont on pourra donner des exemples. Pour les graphiques des choix successifs sont proposés, ils conduisent naturellement à examiner leur pertinence pour l'illustration d'une situation donnée.