



*Ce document présente quelques réflexions pour préciser certaines orientations du programme de mathématiques du cycle central du collège.*

## PREMIÈRE PARTIE

### Configurations, constructions et transformations

En géométrie dans l'espace, les solides permettant une construction à partir de patrons sont introduits avant la sphère. En classe de 4e, on propose ainsi l'étude des pyramides et cônes de révolution, dont le développement sous forme de patron correspond à une mise en œuvre poussée de la proportionnalité (ce n'est donc pas une compétence exigible). La sphère, antérieurement étudiée en classe de 4e, sera proposée en classe de 3e, en même temps que les problèmes de sections planes.

Dans les configurations et transformations planes, le souci a été d'introduire une progressivité à la fois dans les contenus présentés et dans les démarches mises en place. Il s'agit notamment de porter sur les objets géométriques un regard qui provienne de points de vue évolutifs. C'est ainsi que la perception du plan tout entier comme «espace géométrique» est forcément précédée par la confrontation des configurations présentées par des figures. Le recours à des transformations est une démarche à faire acquérir en vue de toutes les utilisations, tant techniques que scientifiques.

Le cycle central du collège a semblé être approprié au passage graduel d'une vision des figures à celle du plan tout entier. La translation convient pour marquer une telle évolution. Par certains côtés, tels que les conservations d'alignements, les distances et les angles, la translation est proche des symétries,

donc s'intègre bien à un univers avec lequel les élèves sont familiarisés. Mais elle doit nécessairement être regardée comme une transformation, parce qu'en répétant une même translation on ne revient pas à son point de départ. Ce point de vue a paru suffisamment important pour que l'étude de la translation ne soit pas mêlée à d'autres acquisitions ; ainsi, ni les vecteurs, ni la projection, ni toute autre application n'ont été introduits en classe de 4e. Le report de la présentation de la notion de vecteur ne soulève pas de problèmes de liaison avec les autres disciplines. C'est la composition de translations différentes qui rendra utile l'introduction des vecteurs.

Dans la situation de Thalès pour le triangle, tous les résultats de proportionnalité utiles sont présentés à partir de la situation obtenue en faisant couper deux sécantes par deux parallèles ; le point d'appui pris sur la situation d'un triangle avec les milieux de ses côtés, en autorisant une justification partielle, en facilite l'introduction. De tels résultats permettent de définir le cosinus d'un angle aigu.

En ce qui concerne la caractérisation angulaire du parallélisme, le programme conduit à mettre l'accent sur l'identification de la symétrie centrale que présente la figure constituée par deux parallèles et une sécante, et il ne cite pas l'axiome d'Euclide. Il ne s'agit donc pas de présenter systématiquement cet axiome, mais il n'est pas pour autant exclu de l'évoquer dans une classe où une discussion se trouverait engagée sur les résultats que la caractérisation angulaire du parallélisme met en œuvre.



## Repérage, distances et angles

Le souci de progressivité conduit à une évolution dans la manière d'employer les coordonnées. Par exemple, on peut parler d'un point d'abscisse  $-\frac{4}{3}$  sur une droite graduée dès la classe de 5e, mais il sera alors situé grâce à une approximation du quotient ; le placement du point par une construction utilisant le résultat de Thalès est prévu en classe de 3e.

L'inégalité triangulaire apparaît dès la classe de 5e, puisque les constructions de triangles amènent naturellement à l'envisager ; il s'agit simplement de savoir, par exemple, qu'il est inutile de tenter de construire un triangle dont les côtés auraient pour longueurs respectives 10 cm, 15 cm et 26 cm, ou qu'un «triangle» de côtés 11 cm, 15 cm et 26 cm sera aplati.

## Nombres et calcul numérique

La progressivité recherchée pour les apprentissages apparaît dans les compétences exigibles relatives aux techniques opératoires.

En ce qui concerne les décimaux, en classe de 5e, on approfondit le travail engagé en classe de 6e (division, enchaînement des opérations). La maîtrise des quatre opérations sur les décimaux relatifs est exigible en classe de 4e.

En ce qui concerne les nombres en écriture fractionnaire, en classe de 5e, on opère sur ces nombres qui ont été définis en classe de 6e (on pourra se limiter aux nombres positifs, afin de faciliter l'apprentissage des règles opératoires) et on vise la maîtrise des quatre opérations en classe de 4e. La forme irréductible de ces nombres n'est ni à rechercher systématiquement ni exigible : d'une part,  $\frac{5}{100}$  ou  $\frac{2}{10}$  sont porteurs de sens et peut-être, dans certains cas, à préférer à  $\frac{1}{20}$  ou  $\frac{1}{5}$  ; d'autre part, les moyens pour la déterminer systématiquement ne sont pas encore disponibles.

Les questions posées par le calcul sur les nombres fractionnaires amènent à élargir le travail effectué à propos de la division en classe de 6e, classe où le calcul du quotient et du reste dans la division euclidienne d'un entier par un autre entier, à un ou deux chiffres, est une compétence exigible. On travaille, au cycle central, sur multiples et diviseurs et, au passage, sur des critères de divisibilité, que ce soit à propos des fractions ou à propos de la recherche d'un ordre de grandeur. On prépare ainsi le travail, pour la classe de 3e, sur les fractions irréductibles ; en particulier, on maintient les acquis de 6e sur la division euclidienne de  $a$  par  $b$ , en vue de la recherche de leur plus grand commun diviseur en classe de 3e, en exploitant la représentation, sur la droite, des différents multiples de  $b$ .

La maîtrise des techniques opératoires s'acquiert grâce à des activités, spécialement la résolution de problèmes (prenant appui sur la géométrie, la gestion de données, les autres disciplines ou la vie courante) ; c'est alors que cette maîtrise prend sens, en particulier à propos de la proportionnalité. Ce contexte permet de travailler le sens des opérations et de distinguer la nature des nombres manipulés : valeurs exactes, valeurs affichées à l'écran d'une calculatrice, valeurs approchées à une précision donnée. On sera, à l'occasion, amené

à écrire des encadrements.

Les commentaires du programme insistent sur le maintien, tout au long du collège, de l'entraînement à la pratique des diverses opérations à la main, mentalement et à la machine. En particulier, le calcul mental permet la consolidation de connaissances, dont celle des tables de multiplication, ainsi que le contrôle de l'utilisation de la calculatrice, en déterminant l'ordre de grandeur du résultat.

## Calcul littéral

L'acquisition des techniques de calcul faisant appel à des lettres est l'un des points délicats de l'enseignement des mathématiques. Les techniques modernes de traitement de données, dont la majorité des élèves sera amenée à se servir, supposent une bonne maîtrise du calcul littéral et la rendent encore plus indispensable. Les programmes du cycle central organisent une progressivité des apprentissages, aussi bien en calcul littéral que dans l'approche des notions d'équation et d'identité. Ces apprentissages s'appuient sur la résolution de nombreux problèmes, laquelle nécessite l'emploi de lettres pour désigner des inconnues, des indéterminées ou des variables.

En classe de 5e, la substitution de nombres à des lettres permet, comme en classe de 6e, d'exécuter des calculs numériques, de comprendre et de maîtriser les règles d'écriture d'expressions littérales. Cette substitution, accompagnée de la constitution de tableaux de nombres et de la construction de points dans un plan muni d'un repère, prépare à la notion de fonction.

Dans cette classe, si on poursuit le travail d'initiation à la résolution d'équations par référence au sens des opérations (recherche d'un nombre inconnu dans une opération), on approche également la notion d'équation ou d'inéquation par la pratique de tests. À ce niveau, tester la véracité d'une égalité ou d'une inégalité littérales pour des valeurs numériques permet de donner au signe d'égalité une signification différente de celle qu'il a dans l'exécution de calculs (commande EXE de certaines calculatrices). Le travail ainsi engagé en classe de 5e prépare l'étude, en classe de 4e, de la conservation des égalités et des inégalités, ainsi que celle de la résolution d'équations.

Quant à celui effectué sur la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition, il ne se limite pas à des exemples numériques ; de ce fait, il conduit à un premier contact avec l'idée d'identité.

Le calcul littéral au sens de transformation d'écritures se développe en classe de 4e. Les tests proposés dans ce cadre mettent alors en jeu les notions d'exemples, de contre-exemples, de cas particulier en opposition au cas général ; ce sera l'occasion d'initier les élèves au raisonnement par contre-exemple.

## Statistique

Au collège, l'enseignement de statistique descriptive a pour objectif de familiariser progressivement les élèves avec la

démarche consistant à synthétiser, sous forme numérique ou graphique, des informations recueillies sur l'ensemble des éléments d'une population. L'essentiel de l'activité des élèves consiste à exploiter, de façon raisonnée, des documents adaptés à chaque classe, afin de développer leur autonomie dans ce domaine ; ces documents gagnent à être choisis en concertation avec d'autres disciplines.

Pour faciliter l'interprétation et l'analyse critique des résultats obtenus, chaque apprentissage est étalé sur deux années de collège. Ainsi, en classe de 5e, on poursuit la présentation de relevés statistiques sous forme de tableaux ou de graphiques abordée en classe de 6e, en s'intéressant à la pertinence du choix des classes et du mode de représentation graphique retenus. De même, les notions d'effectifs et de fréquences introduites en classe de 5e trouvent un prolongement en classe de 4e, avec les effectifs cumulés et les fréquences cumulées.

Avec la moyenne d'une série statistique, qui ne constitue pas une réelle nouveauté pour les élèves, on aborde en classe de 4e une nouvelle phase de la synthèse des informations recueillies. Le programme insiste sur la distinction entre le cas où l'on dispose de données sur l'ensemble des éléments de la population étudiée et celui où les données concernent un regroupement de la population en classes d'intervalles ; dans

ce dernier cas, la méthode mise en œuvre ne permet d'obtenir qu'une valeur approchée de la moyenne de la population.

Sans introduire de nouveaux indicateurs de la tendance centrale d'une population, il peut être intéressant de faire observer aux élèves, dès la classe de 4e, que la moyenne d'une population dont les éléments sont rangés par ordre croissant ne sépare pas ceux-ci, en général, en deux parties de même effectif.

En 5e et en 4e, la partie statistique fait intervenir d'autres rubriques du programme, les activités numériques et graphiques s'appuyant très largement sur la proportionnalité ; elle peut donc contribuer à donner du sens à ce concept dont l'acquisition est un des objectifs de l'enseignement des mathématiques au collège.

L'utilisation de tableurs-grapheurs offre la possibilité de limiter, à propos de quelques exemples nécessaires à une bonne compréhension des règles mises en jeu, le temps consacré à la réalisation manuelle des diagrammes figurant au programme. Avec ces logiciels, il est aussi possible de mener expérimentalement la recherche d'une répartition en classes, adaptée au problème posé, en visualisant rapidement les différentes allures des diagrammes associés.

## DEUXIÈME PARTIE

### Raisonnement et démonstration en géométrie

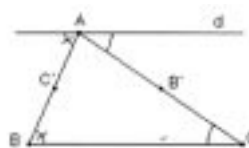
Ce paragraphe ne concerne que la géométrie, bien que la démonstration s'applique à d'autres domaines. On peut citer, à titre d'exemple, l'examen de la compatibilité entre l'ordre et la multiplication, qui oblige à procéder par disjonction des cas, ou l'utilisation de contre-exemples en calcul littéral.

Les programmes prévoient une progression dans l'apprentissage de la démonstration. Déjà pour la classe de 6e, les commentaires indiquent que « les travaux géométriques permettront aussi la mise en place de courtes séquences déductives s'appuyant par exemple sur la définition du cercle et les propriétés d'orthogonalité et de parallélisme ». Ceux du programme de 5e signalent que « la symétrie centrale ou la caractérisation angulaire du parallélisme permettent de démontrer que la somme des angles d'un triangle est égale à  $180^\circ$  » et que la caractérisation de la médiatrice « permet de démontrer que les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes ».

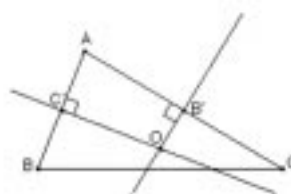
Pour tout le cycle central, il est de la responsabilité du professeur, en fonction de ses élèves, de décider de l'opportunité de démontrer certains résultats du cours (leur statut, admis sur conjecture ou établi, doit cependant être clair) et d'organiser des étapes de recherche et de rédaction.

Le travail amorcé en classe de 6e sur la notion de figure se poursuit : les constructions, éventuellement à l'aide d'outils

informatiques ou de schémas à main levée, conduisent à la reconnaissance puis à l'énoncé de propriétés. Ces activités habituent les élèves à expérimenter et à conjecturer ; c'est ainsi que les élèves sont conduits à formuler des raisonnements dont certains prendront progressivement, au cours du cycle central, la forme de démonstrations.



consiste à utiliser une symétrie centrale pour établir une égalité d'angles.



intervient. Elle est mobilisée deux fois dans un sens et une fois dans l'autre sens.

En classe de 4e, on demande de façon plus systématique de repérer et de mettre en œuvre les théorèmes appropriés. Le recours, si besoin est, à plusieurs pas de démonstration amène à comprendre le changement de statut d'une assertion

Par exemple, en classe de 5e, pour établir le résultat sur la somme des angles d'un triangle, on mobilise deux fois le même pas de démonstration, qui

Dans le cas du concours des médiatrices d'un triangle, c'est la caractérisation de la médiatrice d'un segment à l'aide de l'équidistance qui



au fil d'une démonstration : un résultat intermédiaire est une conclusion dans un pas de démonstration et une hypothèse dans un pas ultérieur.

Par exemple, à propos des «triangles déterminés par deux droites parallèles coupant deux sécantes», l'étude d'un cas particulier de «l'égalité des rapports» (valeur  $1/3$ ) repose sur une telle démarche.

On a coupé un des côtés d'un triangle ABC en trois segments de même longueur :

$$AI = IK = KB.$$

Par I et K, on a mené les parallèles au côté [BC], qui coupent [AC] en J et L respectivement. À l'aide des résultats sur les milieux de deux côtés d'un triangle, on souhaite établir que le côté [AC] se trouve lui aussi coupé en trois régulièrement :

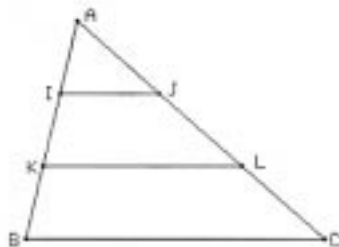
$$AJ = JL = LC.$$

On pourra remarquer que, contrairement aux deux cas évoqués pour la classe de 5e, l'évidence «visuelle» du résultat ne fait ici guère de doute ; la question qui se pose est donc celle de l'établir au moyen des résultats déjà acquis.

La première des deux égalités ci-dessus est simple à établir dès que l'on a remarqué que I est le milieu de [AK]. Le second (dans l'ordre des programmes) théorème des milieux appliqué au triangle AKL permet alors de conclure. La seconde égalité est autrement plus difficile et il se peut très bien que, dans une classe, l'idée du tracé d'un segment auxiliaire convenable, par exemple celui du segment [BJ], ne surgisse pas d'elle-même et doive être indiquée par le professeur. La mise en forme de la démonstration a tout son intérêt dans un cas comme dans l'autre. Notons M le point d'intersection des droites (BJ) et (KL). Le second (dans l'ordre des programmes) théorème des milieux appliqué au triangle BIJ permet de conclure que le point M est le milieu de [BJ]. Ce résultat acquis devient alors une hypothèse, qui permet à nouveau l'application du second théorème des milieux, cette fois au triangle JBC, pour conclure que L est le milieu de [IC]. Ainsi, deux pas de démonstration enchaînés ont conduit à la conclusion :  $JL = LC$ .

Si l'on considère la même figure, mais maintenant avec les hypothèses que les côtés du triangle sont coupés en trois segments de même longueur :  $AI = IK = KB$  et  $AJ = JL = LC$ , la démonstration du parallélisme des droites (IJ), (KL) et (BC) repose sur la même idée de tracé d'un segment auxiliaire. Mais on s'aperçoit que la démonstration suppose ici l'utilisation des deux théorèmes des milieux.

La différence des compétences mises en jeu par la recherche d'une démonstration et par sa rédaction se trouve ainsi bien mise en évidence.



tions ou des propriétés caractéristiques de figures géométriques et des propriétés d'une transformation qui agit sur ces figures. L'intérêt d'une construction porte plus sur la procédure utilisée que sur l'objet obtenu. La justification qui l'accompagne est une occasion de raisonnement. L'existence d'une solution dans l'un ou l'autre problème de construction peut se poser sans que, pour autant, elle soit soulevée de façon systématique et formalisée. En outre, l'examen d'une figure géométrique peut conduire à un inventaire (non nécessairement exhaustif) de ses propriétés, puis à un choix de certaines d'entre elles en vue d'une construction. Ces propriétés retenues jouent alors le rôle d'hypothèses, les autres de conclusions. Une telle démarche contribue à la compréhension du statut d'un énoncé dans une démonstration.

## La proportionnalité

La proportionnalité est un concept capital. Elle est indispensable pour l'étude et la compréhension des relations entre grandeurs physiques ; sous l'aspect des pourcentages, elle joue un rôle essentiel dans la vie du citoyen. Sa bonne appréhension par les élèves est fondamentale, son apprentissage ne peut être que progressif. L'étude de situations familières permet de développer chez les élèves un «mode de pensée proportionnel». C'est en classe de 3e que les fonctions linéaires sont introduites pour modéliser les situations de proportionnalité.

Dans le cycle central, particulièrement en classe de 4e, la proportionnalité constitue un fil directeur commun à la plupart des rubriques du programme, en géométrie, en organisation des données, en calcul numérique.

Plus précisément, on apprend aux élèves à reconnaître et à traiter des situations de proportionnalité.

Ainsi, en classe de 5e, on met en évidence et on détermine un coefficient de proportionnalité, par exemple dans un tableau de nombres, dans des changements d'unités ou pour la reconnaissance d'un mouvement uniforme. Les situations de la vie courante sont privilégiées. Les exemples suggérés dans la rubrique «organisation et gestion des données» permettent aussi de mettre en évidence des contre-exemples de situations de proportionnalité.

En classe de 4e, de tels coefficients sont appliqués dans l'étude de certains problèmes : propriété de Thalès en géométrie, utilisation de pourcentages, calculs sur les fractions dans le domaine numérique ; en effet, celles-ci constituent un instrument d'écriture bien adapté à l'expression de la proportionnalité. On introduit les unités-quotients à propos de la vitesse. Les élèves ont pu être amenés à faire usage des  $\text{km.h}^{-1}$  dès la classe de 5e, mais les problèmes proposés à ce niveau ne mobilisaient que la relation entre l'espace parcouru et la durée dans un mouvement uniforme.

## Calculatrices

Les nouveaux programmes proposés pour le collège font apparaître la nécessité d'un travail avec des calculatrices, tout en veillant à ce que chacun acquière des connaissances suffisantes en calcul écrit et mental. Il s'agit de conduire tous les



élèves du cycle central à une maîtrise des calculatrices scientifiques élémentaires. La calculatrice est un objet courant et une utilisation optimale nécessite un apprentissage sur plusieurs points, notamment :

- la prise en compte des risques de manipulations erronées (par exemple, un calcul comme  $\frac{356 + 58}{77}$  conduit la plupart du temps à des erreurs si un apprentissage spécifique n'est pas entrepris) ;
- l'utilisation des mémoires dans des séquences de calcul ;
- le calcul avec des écritures scientifiques (puissances de 10) et notamment les touches EE ou EXP des calculatrices ;
- l'utilisation de la touche COS et de la touche  $\sqrt{\phantom{x}}$  ;
- le contrôle des ordres de grandeur (le contrôle de l'ordre de grandeur et de la vraisemblance des résultats peut se faire à l'aide du calcul mental).

## Ordinateurs

Les ordinateurs sont aussi des outils ordinaires dans le monde d'aujourd'hui. L'usage raisonné de plusieurs types de logiciels est particulièrement adapté en mathématiques ; il en est ainsi des tableurs, des logiciels de construction géométrique et des logiciels de calcul formel.

Les tableurs, étudiés en technologie, présentent un grand intérêt pour l'étude de nombreuses données numériques et la réalisation de nombreux calculs ainsi que leur présentation

sous forme de tableaux. Ces logiciels peuvent aussi être utilisés pour l'apprentissage de l'algèbre à travers l'étude et la construction de formules ; ils fournissent également, en association avec un grapheur, un moyen puissant de représenter des données sous forme graphique.

Les logiciels de construction géométrique ont aussi un rôle à jouer dans l'apprentissage de la notion de figure géométrique, par l'éclairage nouveau qu'ils donnent au rôle des propriétés dans les figures. Ils permettent, en déplaçant les points tout en conservant les propriétés, de donner aux élèves une vision plus générale de la figure. On peut ainsi faciliter l'accès à des conjectures, au raisonnement et à la démonstration. Les logiciels de géométrie dans l'espace peuvent aussi contribuer à une meilleure perception des figures.

Les logiciels de calcul formel permettent de construire des situations d'apprentissage intéressantes pour les calculs avec les fractions, les racines carrées, le traitement des expressions algébriques ou la résolution d'équations. Ils comportent des modules pour le tracé de représentations graphiques.

Enfin, l'usage d'ordinateurs dans l'enseignement des mathématiques participe, notamment avec la technologie, à la formation générale des élèves en les familiarisant avec les objets et les actions courantes comme la gestion des fichiers, la sauvegarde, l'impression.

Le développement des réseaux multiplie par ailleurs les possibilités d'échanges de toute nature (courrier, fichiers, images, sons) et peut permettre d'enrichir l'enseignement.

# TROISIÈME PARTIE

## Contribution de l'enseignement des mathématiques à l'étude des problèmes de notre temps

L'enseignement des mathématiques peut apporter une contribution à ces différents aspects de la formation que sont l'éducation à la citoyenneté, l'éducation à l'orientation, l'éducation à l'environnement. (Quand, ici, il est question d'environnement, il s'agit aussi bien d'environnement socio-économique que d'environnement culturel ou d'environnement naturel.)

Le professeur de mathématiques peut participer à la formation du citoyen dans l'exercice même de ses fonctions, sans avoir, pour ce faire, besoin de lancer ses élèves dans des activités qui s'écarteraient par trop de sa discipline d'enseignement.

## Méthodes

La pratique des mathématiques conduit les élèves à acquérir des méthodes, qui sont efficaces aussi bien pour améliorer la compréhension de phénomènes que pour étayer des prises de décision ou aider à agir.

L'enseignement des mathématiques dote les élèves d'outils de représentation de toute nature (figures et graphiques, certes, mais aussi symboles et formules). Les représentations sont autant d'outils de préhension, permettant d'éclairer certains aspects de la réalité et, dans le même mouvement, de prendre de la distance par rapport à ce qui est observé. Ce sont essentiellement les mathématiques qui ont la charge de développer leur apprentissage, qu'au regard des exigences de notre temps on peut désigner comme une « alphabétisation ».

Les représentations sont elles-mêmes des objets d'activité mathématique. Grâce à la modélisation, il est, par exemple, possible d'anticiper sur des évolutions et donc de disposer d'instruments d'aide à la décision. De plus, dans un environnement suffisamment complexe, une pratique courante est d'actionner des commandes au vu de représentations, tel un navigateur fixant son cap en suivant sa position sur une carte. Dans de tels cas, la bonne interprétation des représentations mises à disposition est indispensable à une action adéquate.

L'activité intellectuelle procurée par les mathématiques déve-



loppe également des habitudes de pensée. Les mathématiques, école de rigueur, sont aussi une discipline qui apprend à se poser des questions. Et répondre ne pourra résulter de pétitions de principe ou d'arguments d'autorité, mais obligera à énoncer ses présupposés, à justifier les traitements entrepris et les résultats atteints. Pour la formation du citoyen, de telles attitudes sont fondamentales.

## Contenus

Les objets mathématiques correspondent plus ou moins directement à des objets de notre environnement, naturels ou produits par l'homme. La plupart des phénomènes permettent d'observer des grandeurs ; l'étude de ces grandeurs conduit à s'intéresser aux rapports qui existent entre elles.

Pour certains élèves, les réinvestissements de ce qu'ils voient dans un domaine se font sans difficulté dans d'autres domaines. D'autres ont besoin d'être aidés pour cela, notamment afin de comprendre l'usage qu'ils peuvent faire des mathématiques pour l'étude et la maîtrise de leur environne-

ment. La contribution des autres disciplines peut jouer un rôle facilitateur de tels transferts. Pour beaucoup d'élèves, les **occasions d'apprendre** ne suffisent pas, il ont besoin en plus d'avoir des **raisons d'apprendre**. Des situations extraites de leur environnement peuvent donner du sens à leurs apprentissages, en leur faisant percevoir la portée pratique des concepts étudiés en mathématiques.

La géométrie est une partie des mathématiques où l'on rencontre des objets dont certains sont très familiers ; c'est ainsi un domaine où la mise en relation de la formation mathématique avec l'univers naturel ou construit est très évidente et peut s'avérer fructueuse. Dans le domaine de la gestion des données, il n'y a que des avantages à travailler sur des situations authentiques, concernant, par exemple, l'environnement. Les données peuvent être extraites de relevés ou résulter d'activités d'enquêtes conduites par les élèves. Dans les deux cas, les aller et retour entre la mesure brute des quantités et les mesures relatives, sous forme de rapports, ont un caractère hautement formateur.